ESTIMADOR DE REGRESION

Profesor: Ing. Celso Gonzales Ch. Mg.Sc
Email:cgonzales@lamolina.edu.pe

ESTIMADOR DE REGRESION

Supuesto que: Y~ α+β X

$$\overline{Y}_{reg} = \overline{y} + b\left(\overline{X} - \overline{x}\right)$$

Sea la población: $\{(Y_i, X_i)/(X_1, Y_1), \ldots\ldots\ldots\ldots, (X_N, Y_N)\}$

$$\overline{Y} \qquad S^2{}_Y \qquad S_{XY}$$

$$\overline{X} \qquad S^2{}_X \qquad \beta$$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(X_i - \overline{X}\right)\left(Y_i - \overline{Y}\right)}{(N-1) S_X S_Y}$$

Con el fin de estimar a los parametros se extrae una aleatoria simple de tamaño n : $\{(x_i, y_i)/(x_1, y_1), \ldots\ldots\ldots\ldots, (x_n, y_n)\}$

TEOREMA 1:

En el m.a.s, donde b_0 es una constante asignada la estimación de regresión lineal.

$$\overline{Y}_{reg} = \overline{y} + b\left(\overline{X} - \overline{x}\right)$$

$$V\left(\overline{y}_{reg}\right) = \frac{1-f}{n}\,\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(\left(y_i - \overline{Y}\right) - b_o\left(x_i - \overline{X}\right)\right)^2}{N-1}$$

Corolario:

Una estimación de una muestra insesgada es:

$$v\left(\hat{y}_{reg}\right)=\frac{1-f}{n}\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(y_i-\overline{y}\right)-b_0\left(x_i-x\right)\right)^2}{n-1}$$

TEOREMA 2:

El valor de b_0 que minimiza la varianza: $V(\overline{y}_{reg})$

$$V\min(\overline{y}_{reg}) = \frac{1-f}{n} S_y^2 \left(1-\rho^2\right)$$

ESTIMACION DEL PROMEDIO Y TOTAL DE LA VARIABLE OBJETIVO.

Promedio:

$$\overline{y}_{reg} = \overline{y} + b(\overline{X} - \overline{x})$$

Varianza a partir de una muestra:

$$\hat{S}_{\overline{y}_{reg}} = v(\overline{y}_{reg}) = \frac{1-f}{n(n-2)} \sum_{i=1}^{n} \left(\left(y_i - \overline{y} \right) - b\left(x_i - \overline{x} \right) \right)^2$$

Total poblacional objetivo

$$\hat{Y}_{reg} = N\,\overline{y}_{reg}$$

Varianza a partir de una muestra:

$$v(\hat{Y}_{reg}) = v(N\,\overline{y}_{reg}) = N^2 v\left(\overline{y}_{reg}\right)$$

LIMITES DE CONFIANZA

Promedio:

$$LC(\overline{Y}_{reg}) = \overline{y}_{reg} \pm t\hat{S}_{\overline{y}_{reg}}$$

Total:

$$LC(Y_{reg}) = \hat{Y}_{reg} \pm t\hat{S}_{\hat{Y}_{reg}}$$

Casos particulares

De la ecuación de regresión:

- **Si $b_o = 0$** $\Rightarrow$ $\overline{y}_{reg} = \overline{y}$
- **Si** $b_o = \dfrac{\overline{y}}{\overline{x}}$ $\Rightarrow$ $\overline{y}_{reg} = \overline{y}_R$
- **Si $b_o = 1$** $\Rightarrow$ $\overline{y}_{reg} = \left(\overline{y} - \overline{x}\right) + \overline{X}$

Se tiene interes en estimar el volumen total de árboles en una venta de madera. Registra el volumen de cada árbol en una muestra aleatoria simple. Además se mide el área basal de cada árbol marcado para venta. Se decide tomar una m.a.s de 12 de los 250 árboles marcados para venta. El área basal toral para los 250 arboles es de 75 pies cuadrados.

Estimar el volumen total en pies cubicos de los árboles marcados para venta con un nivel de confianza del 95 %

Area basal	0.3	0.5	0.4	0.9	0.7	0.2	0.6	0.5	0.8	0.4	0.8	0.6
Volumen	6	9	7	19	15	5	12	9	20	9	18	13

Regression Analysis: Volumen versus area basal

The regression equation is

Volumen = - 1.23 + 23.4 area basal

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-1.234	1.080	-1.14	0.280
area bas	23.404	1.815	12.90	0.000

S = 1.295 R-Sq = 94.3% R-Sq(adj) = 93.8%

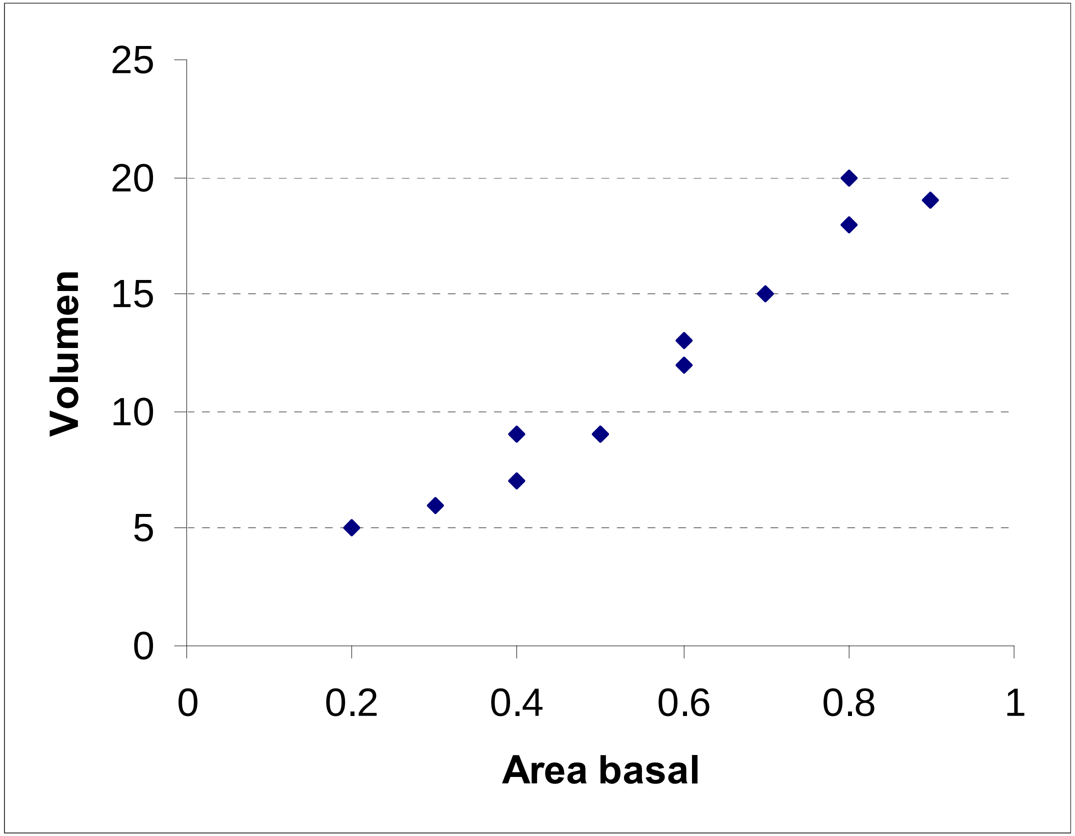
Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	278.90	278.90	166.35	0.000
Residual Error	10	16.77	1.68		
Total	11	295.67			

Correlations: area basal, Volumen

Pearson correlation of area basal and Volumen = 0.971

P-Value = 0.000


25
20
15
10
5
0
Volumen
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
Area basal